

УДК: 528.5-752.2

OECD: 2.03.IU

Определение параметров динамического виброгасителя: теоретическое моделирование и экспериментальная верификация

Артеменко Е.С.^{1*}, Крутолапов В.Е.²

¹Инженер-конструктор 2-й категории отдела «Численного анализа виброакустики»,
²К.т.н., начальник управления «FEM моделирования»,
^{1,2}Центр «Численный анализ и виртуальная валидация», Государственный научный
центр Российской Федерации Федеральное государственное унитарное предприятие
«Центральный научно-исследовательский автомобильный и автомоторный институт
«НАМИ», г. Москва, РФ

«НАМИ», г. Москва, РФ

Аннотация

Статья посвящена комплексному исследованию эффективности динамических виброгасителей для подавления колебаний в механических системах, в частности, в узлах трансмиссии автомобиля. На основе теоретического анализа классической двухмассовой модели выводятся уравнения движения, определяющие условия антирезонанса. Разработана и верифицирована методика проектирования, сочетающая аналитические расчеты, модальный анализ конструкции с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и натурные испытания на вибростенде. Особое внимание уделено моделированию нелинейных характеристик резинового элемента виброгасителя с применением гиперупругой модели Огдена. Практическая значимость работы подтверждена успешным применением разработанного виброгасителя для снижения амплитуды колебаний картера главной передачи, что позволило уменьшить уровень шума в салоне автомобиля на 10–15 дБ в целевом частотном диапазоне 90–95 Гц. Расхождение между результатами численного моделирования и экспериментальными данными не превысило 5,5%, что доказывает высокую точность и надежность предложенного подхода.

Ключевые слова: виброгаситель, антирезонанс, демпфирование, модальный анализ, метод конечных элементов, оптимизация параметров

Determination of dynamic vibration absorber parameters: theoretical modeling and experimental verification

Artemenko E.S.^{1*}, Krutolapov V.E.²

¹Engineer of the 2nd category, Department of Numerical Vibroacoustics Analysis,
²Ph.D., Head of FEM Modeling Department,
^{1,2}Center for Numerical Analysis and Virtual Validation, State Scientific Center of the
Russian Federation FSUE "Central Scientific Research Automobile and Automotive Engines
Institute 'NAMI', Moscow, Russia

Abstract

This article presents a comprehensive study on the effectiveness of dynamic vibration absorbers for suppressing oscillations in mechanical systems, specifically in automotive transmission units. Based on a theoretical analysis of the classic two-mass model, the equations of motion defining antiresonance

*E-mail: evgeniy.artemenko@nami.ru (Артеменко Е.С.)

conditions are derived. A comprehensive design methodology was developed and verified, combining analytical calculations, modal analysis of the structure using the Finite Element Method (FEM), and full-scale tests on a vibration bench. Particular attention is paid to modeling the non-linear characteristics of the absorber's rubber element using the Ogden hyperelastic material model. The practical significance of the work is confirmed by the successful application of the developed vibration absorber to reduce the vibration amplitude of the final drive housing, which resulted in a 10-15 dB reduction of the noise level inside the vehicle cabin in the target frequency range of 90-95 Hz. The discrepancy between the numerical simulation results and the experimental data did not exceed 5.5%, demonstrating the high accuracy and reliability of the proposed approach.

Keywords: vibration absorber, antiresonance, damping, modal analysis, finite element method, parameter optimization

Введение

Вибрации в механических системах – серьезная проблема машиностроения, влияющая на надежность, долговечность и эксплуатацию устройств. Особенно актуально это в транспорте, где вибрации трансмиссии и ходовой части сказываются на комфорте и безопасности. Традиционные методы виброзащиты (балансировка, увеличение жесткости) часто неэффективны или нецелесообразны. Более перспективны динамические виброгасители, воздействующие локально без модификации источника вибраций. Несмотря на развитие активных систем, для большинства применений пассивные виброгасители остаются оптимальными благодаря надежности и отсутствию потребления энергии [1,2]. Однако практическое применение сталкивается с проблемами. Главная – расхождение между теорией и реальностью из-за неучтенных нелинейных эффектов (контакт, сухое трение, геометрическая нелинейность) в упрощенных моделях [3].

Целью настоящего исследования является разработка комплексной методики проектирования динамических виброгасителей, учитывающей как теоретические основы антирезонанса, так и реальные эксплуатационные условия. Для достижения этой цели решаются следующие взаимосвязанные задачи: анализ двухмассовой модели виброгасителя, разработка методики расчета оптимальных параметров, верификация модели методом конечных элементов и экспериментальная проверка эффективности предлагаемых решений.

Методология и методы. Методологическая основа исследования базируется на триаде: аналитическое моделирование динамики системы, верификация методом конечных элементов и экспериментальное подтверждение на вибростенде.

Результаты и научная новизна. Научная новизна работы заключается в разработке комплексного подхода, сочетающего аналитические расчеты, численное моделирование и натурные испытания. Особое внимание уделяется учету нелинейных эффектов, включая нелинейные характеристики резиновых материалов.

Практическая значимость. Практическая значимость исследования подтверждается возможностью применения его результатов в различных отраслях промышленности. В автомобилестроении разработанные решения могут быть использованы для виброзащиты трансмиссий и элементов подвески.

1 Расчет параметров виброгасителя на основе уравнений динамики

Виброгашение представляет собой процесс снижения уровня колебаний объекта без необходимости устранения источников этих колебаний. В случае, когда устранить

сам источник вибраций невозможно (например, уравновесить вращающиеся массы), применяются виброгасители для снижения амплитуды колебаний [4]. Существуют варианты конструкций динамических виброгасителей с активным или пассивным принципом действия. Рассмотрим теоретическую модель устройства, включающего в себя две массы, соединённые между собой и с основанием посредством упругих связей. Схема представлена на рисунке 1.

Система состоит из: массы m_1 , соединённой с основанием пружиной жёсткости c_1 , дополнительной массы m_2 , связанной с массой m_1 через пружину жёсткости c_2 .

На массу m_1 действует внешняя гармоническая сила:

$$P = P_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где P_0 – амплитуда внешней силы; ω – круговая частота; t – время.

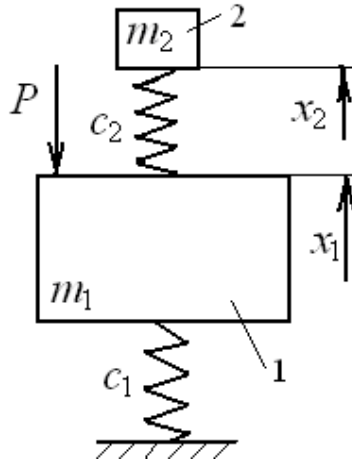


Рисунок 1 – Механическая модель с динамическим виброгасителем колебаний

Координаты положений масс обозначим: x_1 – смещение массы m_1 , x_2 – смещение массы m_2 .

Для вывода дифференциальных уравнений применим уравнение Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = P_i, \quad (2)$$

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; $\dot{x}_i$, x_i – обобщенные координаты и их производные; P_i – обобщенные силы (в данной системе $P_1 = P_0 \sin \omega t$, $P_2 = 0$); $i = 1, 2$ – номера степеней свободы.

Кинетическая энергия системы определяется суммой кинетических энергий масс:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2. \quad (3)$$

Потенциальная энергия определяется следующим выражением:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 x_1^2 + \frac{1}{2} c_2 (x_1 - x_2)^2. \quad (4)$$

Определим слагаемые уравнения Лагранжа при $i = 1$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1, \quad \frac{d}{dt} m_1 \dot{x}_1 = m_1 \ddot{x}_1, \quad \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = c_1 x_1 + c_2 (x_1 - x_2), \quad (5)$$

при $i = 2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2, \quad \frac{d}{dt} m_2 \dot{x}_2 = m_2 \ddot{x}_2, \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = -c_2(x_1 - x_2). \quad (6)$$

Найденные слагаемые позволяют получить следующую систему дифференциальных уравнений:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) x_1 - c_2 x_2 = P_0 \sin \omega t, \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 x_1 + c_2 x_2 = 0. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) описывают колебательные движения объекта 1 и гасителя 2. Так как колебания объекта с массой являются вынужденными, то они происходят с частотой вынуждающей силы P и описываются тем же уравнением, то есть:

$$x_1 = A_1 \sin \omega t, \quad (9)$$

$$x_2 = A_2 \sin \omega t. \quad (10)$$

Дифференцируя дважды выражения (9) и (10), получаем:

$$\ddot{x}_1 = -A_1 \omega^2 \sin \omega t, \quad (11)$$

$$\ddot{x}_2 = -A_2 \omega^2 \sin \omega t. \quad (12)$$

Подставляем в дифференциальные уравнения вместо координат и их вторых производных полученные выражения, после соответствующих сокращений можем записать:

$$(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2) A_1 - c_2 A_2 = P_0, \quad (13)$$

$$-c_2 A_1 + (c_2 - m_2 \omega^2) A_2 = 0. \quad (14)$$

Решением данной системы двух алгебраических уравнений является определение амплитуд. Решаем уравнение (14) относительно A_2 :

$$A_2 = \frac{c_2 A_1}{c_2 - m_2 \omega^2}. \quad (15)$$

Подставляем результат в уравнение (13) системы. После этого получается уравнение, содержащее только одно неизвестное:

$$(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2) A_1 - \frac{c_2^2 A_1}{c_2 - m_2 \omega^2} = P_0. \quad (16)$$

И получим выражение для амплитуды:

$$A_1 = \frac{P_0 (c_2 - m_2 \omega^2)}{(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2) (c_2 - m_2 \omega^2) - c_2^2}. \quad (17)$$

Если знаменатель полученного выражения приравнять к нулю, то такое равенство называется частотным уравнением и его корни будут равны тем частотам, при которых

амплитуда объекта стремится к бесконечности. Это состояние системы соответствует резонансу [5].

Равенство нулю амплитуды имеет место при равенстве нулю выражения в скобках в числителе, то есть $c_2 - m_2\omega^2 = 0$. Если это явление наступает, то дополнительная масса (масса гасителя) колеблется в резонансном режиме, так как частота вынуждающей силы совпадает с частотой его собственных колебаний. В то же время масса самого объекта остаётся неподвижной, т.е. $A_1 = 0$. Такое явление называется антирезонансом [6]. Это происходит из-за внутреннего взаимодействия колебаний между элементами системы (например, между основной массой и виброгасителем). Оно используется для гашения колебаний объекта при стабильной частоте вынуждающей силы путём подбора соответствующей массы гасителя и коэффициента жёсткости его упругого элемента или $\omega = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ [7].

1.1 Уравнения колебаний

Чтобы описать поведение системы с виброгасителем, используется классическое уравнение колебаний, которое представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка:

$$m\ddot{x}(t) + k\dot{x}(t) + cx(t) = F(t), \quad (18)$$

где m – масса системы; k – коэффициент демпфирования; c – жесткость системы; $x(t)$ – отклонение от равновесного положения; $F(t)$ – внешняя сила, вызывающая вибрации (например, ветровая нагрузка или воздействие машины).

Это уравнение описывает движение системы с массой m , которая подвержена действию демпфирующей силы k , упругой силы c и внешней возмущающей силы $F(t)$ [8].

1.2 Определение оптимальных параметров виброгасителей

Оптимизация параметров виброгасителя предполагает подбор значений массы m_2 и жёсткости c_2 таким образом, чтобы минимизировать амплитуду колебаний основной конструкции. Данные параметры относятся к дополнительной массе и её упругой связи в системе с двумя степенями свободы (см. п. 1.).

Как показано в разделе 1, антирезонанс достигается при условии, когда частота внешнего воздействия совпадает с собственной частотой колебаний массы m_2 , а амплитуда основной массы A_1 стремится к нулю [9]. Это возможно при выполнении условия:

$$\omega = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}, \quad (19)$$

где ω – круговая частота внешнего воздействия.

Таким образом, подбирая значения m_2 и c_2 , можно настроить виброгаситель на антирезонансный режим, при котором основная масса практически не колеблется, а вся энергия вибраций уходит в дополнительную массу.

В рамках оптимизации необходимо учитывать также выражение (17), описывающее амплитуду основной массы:

$$A_1 = \frac{P_0(c_2 - m_2\omega^2)}{(c_1 + c_2 - m_1\omega^2)(c_2 - m_2\omega^2) - c_2^2}. \quad (20)$$

Из уравнения (17) видно, что при фиксированной частоте возбуждения минимизация A_1 зависит напрямую от значений m_2 и c_2 , а также их соотношение

с параметрами основной системы – m_1 и c_1 [10].

Таким образом, задача оптимизации заключается в выборе таких значений этих параметров, при которых достигается антирезонанс (нулевая амплитуда основной массы) или значительное снижение колебаний. Практически это может быть реализовано численным подбором параметров в инженерных САПР или аналитическим расчётом на основе заданной частоты возбуждения и конструктивных ограничений [11].

2 Применение конструкции виброгасителя

В процессе дорожных испытаний автомобиля выявлен повышенный уровень шума в салоне автомобиля, который был связан с увеличенной амплитудой колебаний картера задней главной передачи в частотном диапазоне 90–95 Гц, возникающий при постоянных оборотах карданного вала, передающего крутящий момент на главную передачу заднего моста. Попытки устранить резонанс через модификацию конструкции оказались технико-экономически нецелесообразными из-за:

- 1) Высокой стоимости переналадки производства;
- 2) Необходимости повторных сертификационных испытаний;
- 3) Риска нарушения функциональности смежных узлов.

В качестве альтернативы решения проблемы возникновения резонанса предложено использовать динамический виброгаситель, устанавливаемый на корпус главной передачи для снижения амплитуды колебаний заднего подрамника.

С целью снижения затрат на проектирование и изготовление конструкции разработана конечно-элементная модель виброгасителя. Основные этапы проектирования виброгасителя:

- 1) Разработка конечно-элементной модели системы "кронштейн-виброгаситель";
- 2) Разработка модели резинового материала виброгасителя;
- 3) Модальный анализ расчетной модели конструкции виброгасителя;
- 4) Испытания прототипа виброгасителя на вибростенде;
- 5) Сравнение результатов стендовых испытаний с модальными характеристиками расчетной модели.

Для снижения уровня вибраций разработан виброгаситель. Виброгаситель установлен на кронштейне главной передачи и имеет металлическую обойму. Конструкция виброгасителя представлена на рисунке 2. Массу этого виброгасителя можно регулировать с помощью добавляемых проставок [12].

В качестве первого шага была разработана конечно-элементная модель кронштейна с упругим элементом. Общий вид схемы виброгасителя и расчетной модели представлены на рисунках 3 и 4.

Характеристики материала получены из испытаний образцов резины, используемой в виброгасителе. Деформирование гиперупругих материалов описывается нелинейными законами напряжение-деформация, по этой причине для модели материала была выбрана модель Ogden (Модель Огдена) [13,14]. Параметры модели для программного комплекса использовались следующие:

$$\rho = 1100 \text{ кг/м}^3.$$

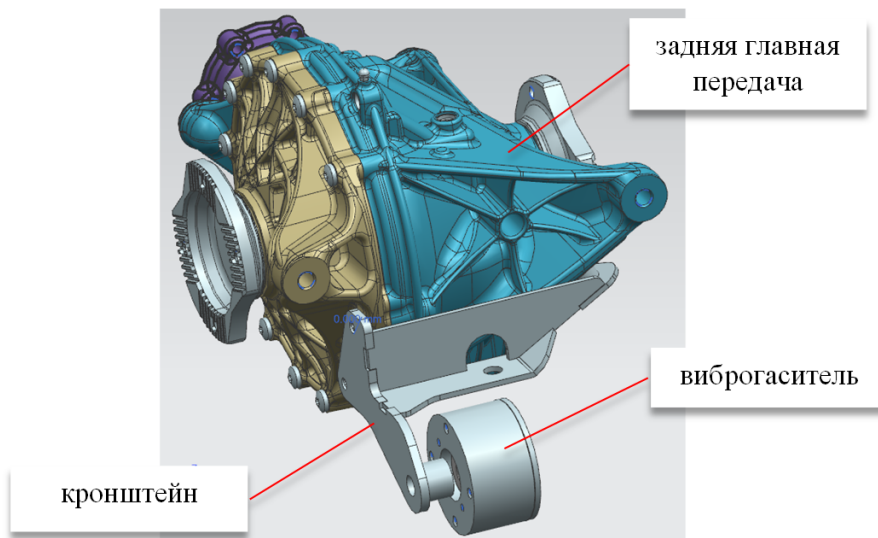


Рисунок 2 – Виброгаситель, установленный на главной передаче

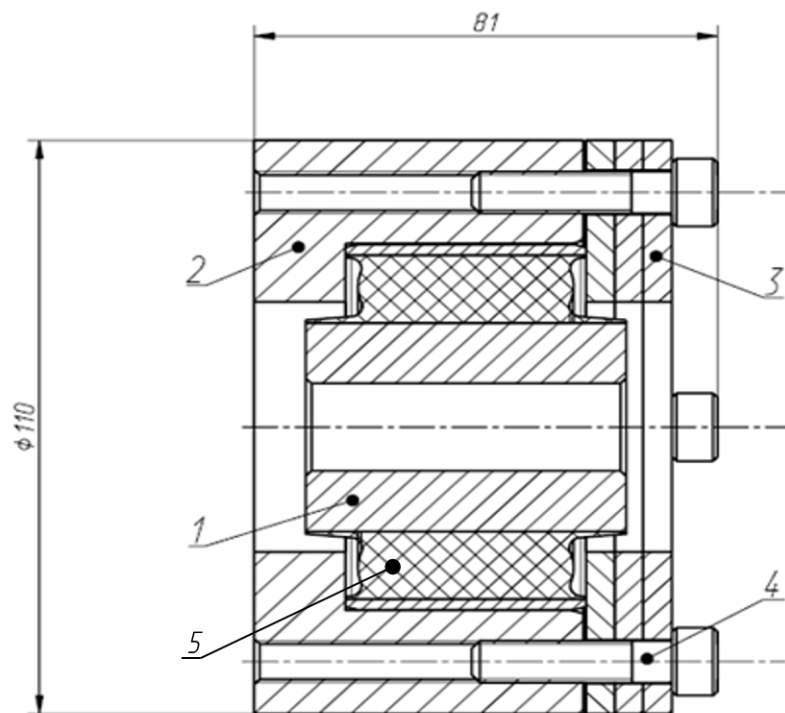


Рисунок 3 – Общая схема виброгасителя: 1 – втулка, 2 – корпус, 3 – пластины, 4 – крепежные элементы, 5 – резиновый шарнир

Форма энергии деформации для модели Огдена рассчитывается по формуле:

$$W = \sum_{k=1}^N \frac{\mu_k}{\alpha_k} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_k} - 3), \quad (21)$$

где $\bar{\lambda}_i^{\alpha_k} = J^{-\frac{\alpha_k}{3}} \lambda_i^{\alpha_k}$ – коэффициенты девиаторного растяжения; C_{mn} , μ_k , α_k – полученные константы материала из аппроксимации кривой экспериментальных данных [12,14,15].

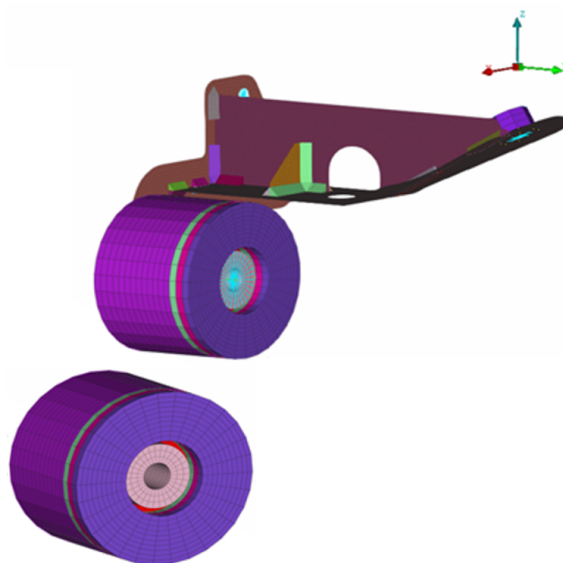


Рисунок 4 – Общий вид конечно-элементной модели

$$\mu_1 = 2,378952; \mu_2 = 17,77945; \mu_3 = 18,69224;$$

$$a_1 = 16,99615; a_2 = 0,057627; a_3 = 0,052661.$$

Проведены испытания виброгасителя в сборе с кронштейном крепления на стенде. Определены формы и частоты собственных колебаний конструкции.

Оборудование и средства измерения:

Акселерометр 356A14, зав. № 272488, пр-ва ф. «PCB Piezotronics, Inc.» (США). Чувствительность 10,2 мВ/м/с², динамический диапазон ±490 м/с², частотный диапазон от 0,5 до 5000 Гц, нелинейность ≤1 %, поперечная чувствительность ≤5 %.

Модальный молоток ICP 086C03, зав. № LW45417, пр-ва ф. «PCB Piezotronics, Inc.» (США). Чувствительность 2,25 мВ/Н, амплитудный диапазон 2224 Н, отклонение от номинального коэффициента преобразования не более 15 %, частотный диапазон от 1 до 8000 Гц. На рисунке 5 представлен общий вид установки.

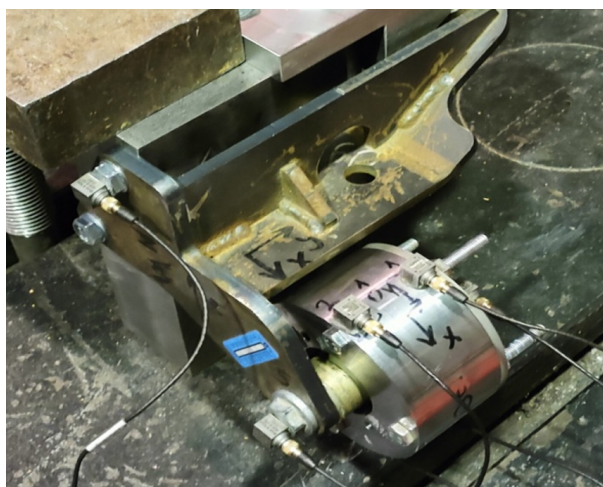


Рисунок 5 – Общий вид виброгасителя и кронштейна в сборе на стенде

Для определения собственной (резонансной) частоты колебаний инерционной массы виброгасителя на упругом элементе, виброгаситель устанавливался на массивное основание и закреплялся через центральное отверстие на шпильке. Акселерометр

устанавливался на боковую (цилиндрическую) поверхность корпуса примерно в середину высоты цилиндра, удар модальным молотком осуществлялся с противоположной стороны корпуса в радиальном направлении напротив акселерометра [16,17]. Общий вид установки виброгасителя при определении собственной (резонансной) частоты представлен на рисунке 6.

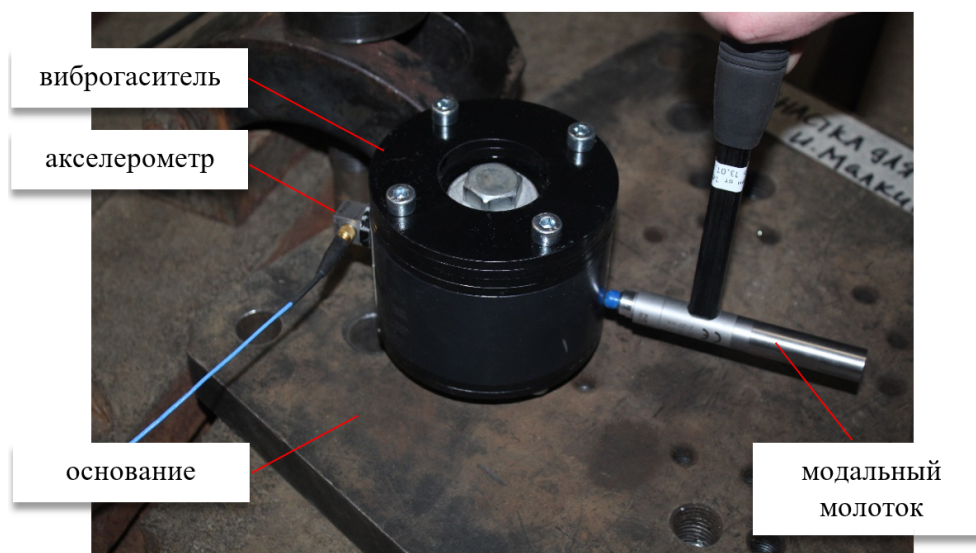


Рисунок 6 – Общий вид установки виброгасителя при определении собственной (резонансной) частоты

3 Анализ результатов и выводы

Сравнительный анализ результатов модального анализа расчетной модели и результатов стендовых испытаний показал хорошую сходимость. Результаты расчетов и стендовых испытаний сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчетов и стендовых испытаний

Форма колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	Частота колебаний, полученная в испытаниях, Гц	Δ , %
Крутильная вокруг оси U	27	27,7	2,5
Поперечная изгибная	34,9	32,9	5,5
Продольная вдоль оси U	43,6	46,6	5,2
Поперечная вдоль оси Z	93,6	92,8	0,8
Поперечная вдоль оси X	99,8	97,8	1,9

По результатам анализа форм собственных колебаний мы можем сделать вывод, что формы поперечных колебаний (93,6 Гц и 99,8 Гц в расчете против 92,8 Гц и 97,8 Гц в эксперименте) являются формами «антирезонанса» форм колебаний главной передачи на резинометаллических опорах. На рисунках 7 и 8 представлен общий вид формы колебаний.

Это позволило уменьшить амплитуду колебаний задней главной передачи на подрамнике, и в свою очередь уменьшить шум в салоне автомобиля.

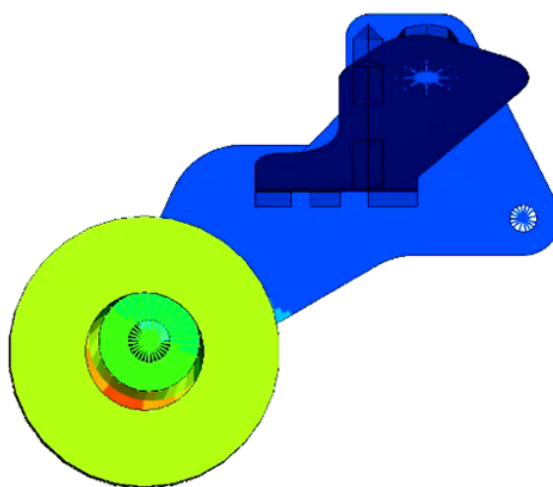


Рисунок 7 – Частота собственных колебаний 93,6 Гц по результатам расчет. Поперечная форма – смещение поперек оси

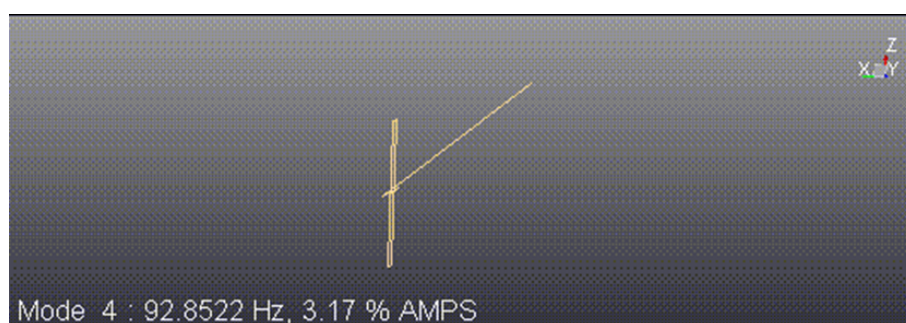


Рисунок 8 – Частота собственных колебаний 92,85 Гц по результатам испытаний на стенде. Поперечная форма – смещение поперек оси

Финальным шагом нашей работы проведено исследование по влиянию виброгасителя на внутренний шум в салоне автомобиля. Результаты замера внутреннего шума в салоне автомобиля представлены на рисунке 9.

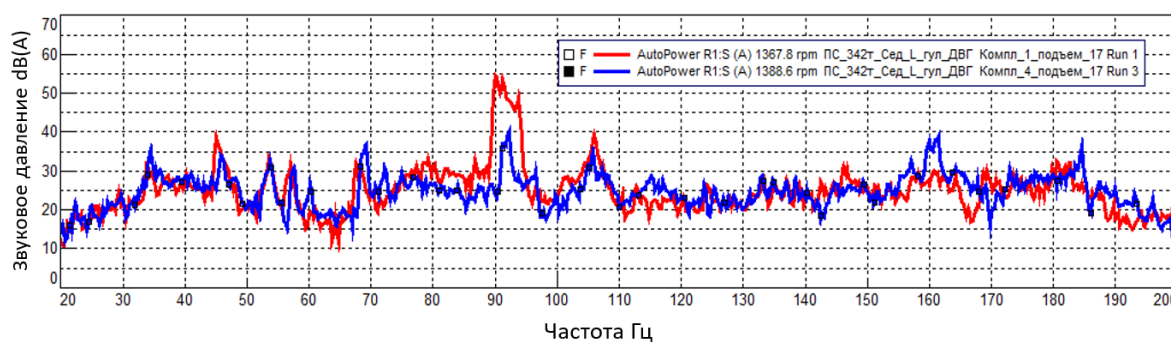


Рисунок 9 – График шума, полученный на испытаниях автомобиля. Красный график – без гасителя, синий график – с виброгасителем

Заключение

Применение виброгасителя позволило снизить уровень шума на 10 – 15 дБ в частотном диапазоне 90 – 95 Гц, что позволяет утверждать об эффективности разработанной конструкции с целью снижения внутреннего шума в салоне легкового автомобиля. Проведенное исследование подтвердило высокую эффективность разработанного комплексного подхода к проектированию динамических виброгасителей. Теоретически обоснованный принцип антирезонанса был успешно применен для подавления вибраций картера главной передачи автомобиля. Разработанная и верифицированная конечно-элементная модель показала хорошую сходимость с результатами стендовых модальных испытаний, расхождение частот первых пяти форм колебаний не превысило 5,5%. С практической точки зрения, разработанная методика и конкретная конструкция виброгасителя рекомендуются к применению в автомобильной промышленности для решения аналогичных задач виброзащиты трансмиссии и подвески, обеспечивая существенное улучшение акустического комфорта. Техно-экономическая эффективность решения обусловлена его относительно низкой стоимостью по сравнению с альтернативами (модификация источника вибраций, усиление конструкций), отсутствием необходимости дорогостоящих изменений производства и повторных сертификаций, а также минимизацией рисков для смежных узлов.

Список использованных источников

1. Brock, J.E. (1946) A Note on the Damped Vibration Absorber. *Journal of Applied Mechanics*, 13, A284.
2. Батизи В.М., Лихачёв Д.С. Исследование причин возникновения вибраций на переходных режимах движения автомобиля. *Труды НАМИ*. 2018;(1):61-68.
3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
4. Жердев А.В., Карлышев М.Е. Методика эффективного демпфирования низкочастотных резонансных колебаний // сборник статей Международной научно-практической конференции. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью "ОМЕГА САЙНС" (Уфа), 2021. – С. 28-30.
5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
6. Караваев В.Г., Прядко Ю.Г., Черногоров Е.П. Малые колебания механических систем: учеб. пособие. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2017. – 109 с.
7. Фёдоров Н.Н. Теория механизмов и машин: учеб. пособие. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2008. – 224 с.
8. Сапожников С.Б., Кузьменко Б.П. Демпфирование колебаний тонких оболочек слоистыми покрытиями // *Вестн. ПНИПУ. Механика*. – 2010. – №2.
9. Сергей Павлович Глушков, Наталья Владимировна Молокова, Дарья Андреевна Проворная Динамические режимы виброзащитных систем // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика*. 2025. №93.
10. Глушков С. П., Проворная Д. А., Молокова Н. В. ВИБРОГАСИТЕЛИ ДЛЯ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ // *Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения*. 2021. №2 (57).
11. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. – М.: Мир, 1988. – 448 с.
12. Артеменко Е.С., Крутолапов В.Е., Малкин И.В. О разработке методологии определения характеристики материала упругого элемента резинометаллического

демпфера. Труды НАМИ. 2024;(1):66-75.

13. Абдухокимов И. Ф. Разработка системы демпфирования вибрации с жесткой характеристикой: выпускная квалификационная работа бакалавра / И. Ф. Абдухокимов ; Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Инженерная школа неразрушающего контроля и безопасности (ИШНКБ), Отделение контроля и диагностики (ОКД) ; науч. рук. Б. Б. Мойзес. — Томск, 2023.

14. MSC Nastran 2021 Nonlinear (SOL 400) User's Guide. MSC Nastran Dynamic Analysis User's Guide. Proc. of the MSC/NASTRAN Eur.Users' Conf. November 30, 2020 – 838.

15. Муслов Сергей Александрович, Сухочев Павел Юрьевич К вопросу о физическом смысле материальных констант гиперупругих моделей // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2025. №3.

16. Михайлов Д. А., Пыхалов А. А., Зеньков Е. В., Артюнин А. И. МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЯ ОБРАЗЦОВ ИЗ ЭЛАСТОМЕРОВ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИХ ГИПЕРУПРУГОСТИ И КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СБОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2021. №4 (72).

17. Таубин Александр Георгиевич, Румянцев Константин Андреевич, Комендантов Андрей Владимирович Особенности деформирования изделий из высокоэластичных материалов, содержащих внутренние полости // Труды Крыловского государственного научного центра. 2020. № Спецвыпуск 1.

References

1. Brock, J.E. (1946) A Note on the Damped Vibration Absorber. Journal of Applied Mechanics, 13, A284.
2. Batizi V.M., Likhachev D.S. Investigation of the Causes of Vibration During Vehicle Transitional Modes. Trudy NAMI [Proceedings of NAMI]. 2018;(1):61-68.
3. Washizu K. Variational Methods in the Theory of Elasticity and Plasticity. Moscow: Mir, 1987. 542 p.
4. Zherdev A.V., Karlyshev M.E. Methodology for Effective Damping of Low-Frequency Resonant Vibrations. In: Collection of Articles of the International Scientific-Practical Conference. Ufa: Omega Science LLC, 2021, pp. 28-30.
5. Timoshenko S.P. Vibration Problems in Engineering. Moscow: Nauka, 1967. 444 p.
6. Karavaev V.G., Pryadko Yu.G., Chernogorov E.P. Small Oscillations of Mechanical Systems: A Textbook. Chelyabinsk: Publishing Center of South Ural State University, 2017. 109 p.
7. Fedorov N.N. Theory of Mechanisms and Machines: A Textbook. Omsk: Omsk State Technical University Publishing House, 2008. 224 p.
8. Sapozhnikov S.B., Kuzmenko B.P. Damping of Vibrations of Thin Shells by Layered Coatings. Vestnik PNRPU. Mechanics. 2010;(2).
9. Glushkov S.P., Molokova N.V., Provornaya D.A. Dynamic Modes of Vibration Protection Systems. Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika [Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics]. 2025;(93).
10. Glushkov S.P., Provornaya D.A., Molokova N.V. Vibration Absorbers for Systems with Distributed Parameters. Vestnik Sibirskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putei Soobshcheniya [Bulletin of the Siberian State University of Railway Engineering]. 2021;2(57).

-
11. Nashif A.D., Jones D.I.G., Henderson J.P. Vibration Damping. Moscow: Mir, 1988. 448 p.
 12. Artemenko E.S., Krutolapov V.E., Malkin I.V. On the Development of a Methodology for Determining the Material Characteristics of a Rubber-Metal Damper's Elastic Element. Trudy NAMI [Proceedings of NAMI]. 2024;(1):66-75.
 13. Abdukhokimov I.F. Development of a Vibration Damping System with a Rigid Characteristic: Bachelor's Degree Thesis. Tomsk: Tomsk Polytechnic University, 2023.
 14. MSC Nastran 2021 Nonlinear (SOL 400) User's Guide. MSC Software, 2020. 838 p.
 15. Muslov S.A., Sukhochev P.Yu. On the Physical Meaning of Material Constants of Hyperelastic Models. Izvestiya Saratovskogo Universiteta. Novaya Seriya. Seriya: Matematika. Mekhanika. Informatika [Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Computer Science]. 2025;25(3).
 16. Mikhailov D.A., Pykhalov A.A., Zenkov E.V., Artyunin A.I. Methodology for Testing Elastomer Samples to Obtain Mechanical Characteristics of Their Hyperelasticity and Finite Element Modeling of Deformable Assembly Structures. Sovremennye Tekhnologii. Sistemnyi Analiz. Modelirovanie [Modern Technologies. System Analysis. Modeling]. 2021;4(72):124-136.
 17. Taubin A.G., Rumyantsev K.A., Komendantov A.V. Features of Deformation of Products Made from Highly Elastic Materials Containing Internal Cavities. Trudy Krylovskogo Gosudarstvennogo Nauchnogo Tsentra [Transactions of the Krylov State Research Center]. 2020;(Spetsvypusk 1).