

УДК: 699.844.1  
OECD: 2.01 FA

## Законы сохранения механики в задачах распространения волн через границы инерционно-упругих сред

Захаров А.В.<sup>1</sup>, Салтыков И.П.<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>К.т.н., профессор, профессор, <sup>2</sup>Старший преподаватель

<sup>1,2</sup>Кафедра Архитектуры, Национальный исследовательский Московский  
государственный строительный университет (НИУ МГСУ), г. Москва, РФ

### Аннотация

В статье рассматривается аналогия между действием законов сохранения количества движения и кинетической энергии при соударении твёрдых тел в механике и взаимодействии фрагментов сред распространения звуковых волн. В упруго-инерционной воздушной среде выделяют фрагменты, аппроксимируемые материальными точками, и имеющие массу и скорость. Вводятся понятия «сосредоточенной» и «приведённой» масс. Уравнения закона сохранения количества движения и закона сохранения кинетической энергии, записанные с использованием приведённых и сосредоточенных масс, позволяют получить коэффициенты прохождения и отражения колебательных скоростей через границу двух сред и через пластину с учётом сохранения свойства неразрывности передачи звуковой энергии. Полученный коэффициент прохождения колебательной скорости позволяет записать уравнения для нахождения изоляции воздушного шума в стандартном частотном диапазоне до частоты волнового совпадения и после неё. Приводятся примеры частотных кривых для изоляции воздушного шума лёгкого и массивного строительных ограждений.

**Ключевые слова:** граница сред, законы сохранения, приведённая масса, сосредоточенная масса, изоляция воздушного шума, строительные ограждения.

### *Mechanic's conservation laws in problems of wave propagation through the boundaries of inertial elastic media*

Zakharov A. V.<sup>1</sup>, Saltykov I. P.<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Candidate of Technical Sciences, professor, professor, <sup>2</sup>Senior Lecturer

<sup>1,2</sup>Department of Architecture, National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU  
MGSU), Moscow, Russia

### Abstract

The article considers the analogy between the action of the laws of conservation of the amount of motion and kinetic energy in the collision of solids in mechanics and the interaction of fragments of sound wave propagation media. Fragments approximated by material points and having mass and velocity are isolated in an elastically inertial air medium. The concepts of "concentrated" and "reduced" masses are introduced. The equations of the law of conservation of the amount of motion and the law of conservation of kinetic energy, written using reduced and concentrated masses, allow us to obtain the coefficients of passage and reflection of vibrational velocities through the boundary of two media and through the plate, taking into account the preservation of the property of continuity of sound energy transmission. The obtained coefficient of passage of the oscillatory velocity allows us to write down equations for finding the isolation of air noise in the standard frequency range before and after the frequency of wave coincidence. Examples of frequency curves for the isolation of air are given.

---

\*E-mail: vincsalt@mail.ru (Салтыков И.П.)

**Keywords:** *boundary of media, conservation laws, reduced mass, concentrated mass, isolation of air noise, building fences.*

## Введение

В настоящее время, практические методики расчёта изоляции воздушного шума однородных однослойных ограждающих конструкций в достаточной мере разработаны и позволяют получать частотные кривые, а затем и индексы изоляции воздушного шума. Одной из таких методик является методика свода правил [1], где приводятся два алгоритма графоаналитического метода расчёта для тонких и массивных ограждений. Несмотря на то, что графоаналитические методы [1] имеют под собой положения теории звукоизоляции ограждающих конструкций, разработанные ещё к 70-м годам прошлого века, такими учёными, как, например, Кремер Л. [2], Заборов В.И. [3], Клюкин И.И. [4] и др., до сих пор некоторые вопросы теории звукоизоляции ограждающих конструкций являются не в полной мере изученными или, как минимум, теоретически необоснованными. Например, некоторые лучи при наклонном падении на пластину относительно нормали ( $75-90^\circ$ ), согласно устоявшимся представлениям, исключаются из расчёта [3, стр. 21], в то время, как диффузное звуковое поле в прямоугольных в плане помещениях содержит падающие звуковые волны самых разных направлений. Мало внимания уделяется участку высоких частот стандартного акустического спектра, где звукоизоляция с частотой не растёт, и который в методике [1] на графике осредняется прямой линией. Для лёгких и массивных ограждений в том же самом документе [1] приводятся две разных расчётных кривых. Эти и другие вопросы авторы последующих работ старались объяснить в своих исследованиях. Заслуживают особого внимания работы М.С. Седова и его учеников [5, 6], и работы, посвящённые развитию статистическо-энергетического метода [7], в том числе, работы С.Н. Овсянникова [8, 9]. Данная статья посвящена подходу к решению задач звукоизоляции строительных конструкций на основе разработанного в конце прошлого века «метода сосредоточенных параметров». В его основу положено представление континуальных сред распространения звука как проявляющих свойства дискретности, состоящих из выделяемых виртуальных объектов. Важным положением применения данного метода, как и любого другого, является соблюдение принципа неразрывности передачи энергии на границах сред: например, в работах Седова М.С. он реализуется через требование согласования акустического поля и поля изгибных колебаний пластины [5]. Подобно аналогии акустических процессов с процессами тепломассопереноса в статистическо-энергетическом методе [7], метод сосредоточенных параметров рассматривает аналогию между взаимодействием фрагментов сред распространения звука и взаимодействием твёрдых тел в работах И. Бернулли [10]. Через применение закона сохранения количества движения и закона сохранения количества кинетической энергии, находятся коэффициенты прохождения и отражения звуковых волн, что позволяет записать расчётные формулы для вычисления изоляции воздушного шума.

Представляется интересным рассмотреть задачу падения звуковых волн на границу двух сред и задачу прохождения звука через строительную пластину в контексте метода сосредоточенных параметров.

## 1. Падение звуковых волн на границу двух сред

В общем случае, изучаемые в механике упруго-инерционные объекты представляют сплошные среды, дискретные тела и их различные сочетания. Передача движения в средах осуществляется посредством волн, в телах – посредством их соударений.

Результат распространения волны через границу сред представляется коэффициентом прохождения колебательной скорости или звукового давления в жидких и газообразных средах и напряжения в твердых средах. В данной статье ограничимся задачами распространения волн через границы жидких и газообразных сред и через пластины, разделяющие газообразные и жидкие среды.

При рассмотрении передачи волнового движения через границу сред определяют коэффициенты скорости колебаний  $\alpha$  – в прошедшей и  $\beta$  – в отраженной волне. При нормальном распространении плоской продольной волны через плоскую границу сред коэффициенты прохождения, и отражения, по формулам Огюстена Френеля [11], полученных ими в 1823 году, соответственно представляются в следующем виде:

$$\alpha = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}; \quad (1)$$

$$\beta = \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}; \quad (2)$$

где  $\rho_1 c_1$  и  $\rho_2 c_2$  – волновые сопротивления сред с индексами, указывающими порядок направления распространения волны;  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>, – плотность среды,  $c$ , м/с, – скорость распространения волны.

Практика показала, что результаты расчетов по этим формулам совпадают с результатами экспериментов только при нормальном угле падения волны на границу сред. Построение разнообразных физических моделей распространения волн через границу сред с учетом изменения только вектора скорости колебаний частиц среды полного положительного результата не дало. Такое состояние вопроса понуждает предложить гипотезу, в которой наряду с вектором скорости колебаний, учитывались бы другие факторы, определяющие процесс передачи движения в инерционно-упругой среде.

Гипотеза: движение, как физический процесс, происходит при взаимодействии, как минимум, двух физических величин: массы (объекта процесса) и скорости (свойства процесса).

Подтверждение гипотезы легче всего проследить при рассмотрении элементарной задачи соударения движущегося и покоящихся тел. Задачу удобней рассматривать, аппроксимируя тела материальными точками, массами  $m_1$  и  $m_2$  (процедура аппроксимации разработана Кильчевским Н.А. [12]). Если первая точка движется со скоростью равной единице, то формула И. Бернулли [10] коэффициента передачи движения второй точке в современной интерпретации может быть представлена в виде:

$$\alpha' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Формула коэффициента отражения движения («отскока» точки):

$$\beta' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}; \quad (4)$$

Как видно, структуры формул (1), (3) и (2), (4) совпадают, также совпадают индексы их членов. Для полного совпадения формул можно размерности членов формул Френеля, без потери результатов расчета, привести к размерности

членов формул И. Бернулли, к кг массы. Для этого достаточно все члены формул Френеля разделить на частоту колебаний и умножить на равную единице площадь поперечного сечения звукового луча. Эта площадь, при нормальном падении звука на границу сред, определяется равной единице ширине луча, умноженной на равную единице толщину слоя граничащих сред, расположенного, согласно третьему закону Снеллиуса, в плоскости падающего, отраженного и преломленного лучей, в случае косоугольного падения звука на границу сред. Толщина всех лучей постоянна независимо от угла падения звука. Ширины всех звуковых лучей пропорциональны косинусам углов их падения на границу сред при единой ширине следа, равной ширине нормального луча.

Рассмотрим термин «звуковой луч». С одной стороны, «... Луч – линия, вдоль которой распространяется энергия излучения в приближении геометрической оптики и звуковая энергия в приближении геометрической акустики»<sup>1</sup>. На академическое определение термина «луч» ссылаются оппоненты рассматриваемого метода. При этом понятие ширины луча распространено в быту, художественной литературе, технике, в прикладной научной и нормативной литературе. Например, геометрическая оптика уже около 100 лет использует термин «световой луч», придав ему значение площади его поперечного сечения, равное  $1/10^4$  площади полусферы небосвода, см. книгу А.М. Данилюка «Расчет естественного освещения» [13] и СП. 52.13330.2016. «Естественное и искусственное освещение» [14]. Аналогичным образом разделы геометрической акустики применяются в архитектурной акустике: используя термин «звуковой луч», предполагают, что он тоже обладает поперечным сечением. При этом, с другой стороны, виртуальные материальные точки в формулах Бернулли «требуют» наличия объемов для размещения в них массы вещества. Таким образом, виртуальная площадь поперечного сечения звукового луча, умноженная на реальную длину волны на рассматриваемой частоте колебаний, дает виртуальный объем луча, который, умноженный на реальную плотность среды, обеспечит значение массы материальной точки. Ниже в статье будет предложен термин для обозначения материальной точки в волновой среде.

В 1724 году И. Бернулли [15], опубликовал работу «Рассуждение о законах передачи движения», в которой предложил два уравнения передачи движения при упругом соударении тел, содержащие две сопряженные величины – массу и её скорость. Первое уравнение передачи движения – закон сохранения кинетической энергии – в современной интерпретации выглядит следующим образом:

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 (v\beta')^2}{2} + \frac{m_2 (v\alpha')^2}{2}; \quad (5)$$

второе уравнение – закон сохранения количества движения:

$$m_1 v = m_1 v\beta' + m_2 v\alpha'; \quad (6)$$

где  $v$  – начальная скорость ударяющего тела, м/с;  $v\beta'$  – скорость отскока и  $v\alpha'$  – скорость прохождения.

Формулы (3) и (4) являются решением уравнений (5) и (6) при  $v = 1$  и при  $m = \rho S / f$ , где  $S = 1 \text{ м}^2$  площадь поперечного сечения звукового луча;  $f$  – текущая частота колебаний,  $\text{с}^{-1}$ .

Таким образом, распространение волны через границу сред можно представить соударением материальных точек, представляющих фрагменты сред (рисунок 1), плотно,

<sup>1</sup>Советский энциклопедический словарь: под редакцией Прохорова А.М./ 4-е издание. – М: Советская энциклопедия, 1987. – 1600 с.

без разрывов и наложений, то есть с соблюдением условий неразрывности, заполняющих все пространство этих сред. Масса материальной точки равна объему фрагмента среды, умноженному на её плотность, объем фрагмента определяется единицей площади поперечного сечения звукового луча, умноженной на длину волны на рассматриваемой частоте.

На рисунке 1 представлено три варианта распространения волны через границу двух полубесконечных сред, размещенных в плоском слое единичной толщины.

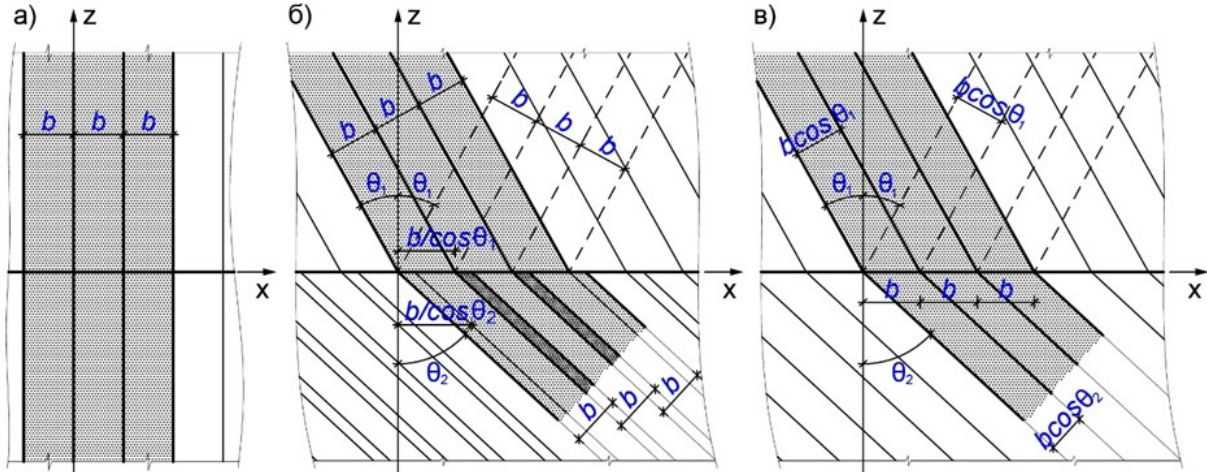


Рис. 1. Схемы падения звуковых лучей на границу двух сред: а – нормальное падение; б – наклонное падение с нарушением условия неразрывности (выделены три луча, наложение лучей показано тёмным цветом); в – наклонное падение с соблюдением условия неразрывности

В варианте (а) представлено нормальное падение на границу сред звукового луча шириной  $b$ , равной единице. В этом случае ширины отраженного и прошедшего лучей равны ширине падающего луча и общего для них следа на границе сред. Здесь условия неразрывности соблюдены. В варианте (б) падающий, отраженный и преломленный лучи имеют одинаковую ширину  $b$ , равную единице. Обозначим угол падения волны на границу сред  $\theta_1$ . Согласно первому закону Снеллиуса, у отраженного луча будет тот же угол  $\theta_1$ . Равенство углов и ширин лучей обеспечивает единый их след на границе сред, ширина которого определяется выражением  $b/\cos\theta_1$ . У прошедшего луча угол преломления, определяемый вторым законом Снеллиуса, будет  $\theta_2$ , и ширина следа на границе сред:  $b/\cos\theta_2$ . Различие размеров следов приводит к нарушению условий неразрывности и, в результате, к потере определения правильных коэффициентов преломления волн.

Правильное решение задачи представлено в варианте (в) (рис. 1). На нем изображены: единый для всех лучей след, равный  $b$ , падающий и отраженный лучи шириной равной  $b \cdot \cos\theta_1$ , преломленный луч  $b \cdot \cos\theta_2$ . Благодаря единству следа всех трех лучей условия неразрывности соблюдены.

Таким образом, правильное построение схемы распространения продольной волны через плоскую границу сред начинается с выделения на линии границы сред отрезка  $b$ , равного ширине и следу нормально падающего на границу сред звукового луча. Далее, из конечных точек этого отрезка, по углам падения, отражения и преломления лучей проводятся линии, ограничивающие ширины падающего, отраженного и преломленного лучей. Для удобства расчетов ширину  $b$ , изначально, следует принять равной единице. Схема построения лучевой картины распространения звука через границу сред представлена на рисунке 2.

При единичной ширине и толщине луча на рисунке 2, при ограничении содержащейся в нём массы среды длиной волны  $\lambda$ , можно записать закон сохранения кинетической энергии при переходе звуковой волны в другую среду в виде скалярного уравнения (7) с учётом угла падения  $\theta_1$  и угла преломления  $\theta_2$  [16]:

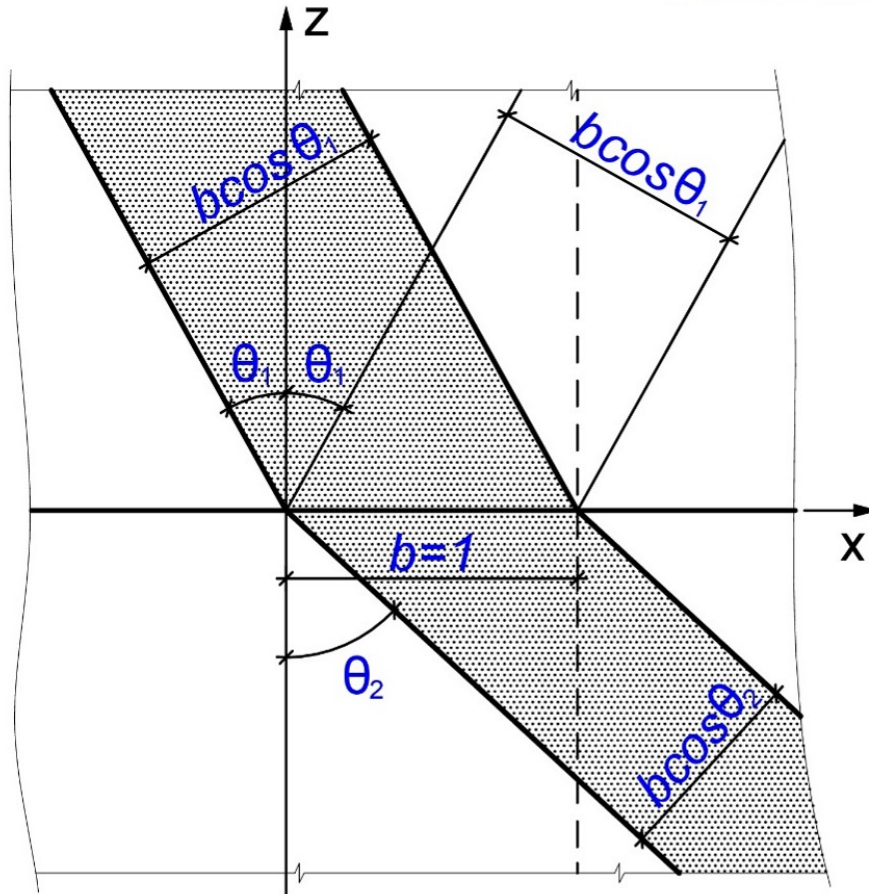


Рис. 2. Схема распространения звукового луча через границу сред, ширины лучей определяют массы фрагментов сред

$$\frac{(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot v^2}{2} = \frac{(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot (v\beta)^2}{2} + \frac{(\rho_2 \lambda_2 \cos \theta_2) \cdot (v\alpha)^2}{2}; \quad (7)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – длины волн в первой и второй среде, м;  $\rho_1, \rho_2$  – плотности первой и второй сред соответственно;  $v$  – единичная скорость, м/с;  $\beta$  – коэффициент отражения колебательной скорости;  $\alpha$  – коэффициент прохождения колебательной скорости.

Вместе с уравнением закона сохранения количества кинетической энергии записывается векторное уравнение закона сохранения количества движения (8). Для соблюдения условия неразрывности передачи звуковой энергии на границе двух сред вводятся косинусы в знаменатели всех его членов, тогда обеспечивается равенство следа для падающего и преломлённого луча.

$$(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot v / \cos \theta_1 = (\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot (v\beta) / \cos \theta_1 + (\rho_2 \lambda_2 \cos \theta_2) \cdot (v\alpha) / \cos \theta_2. \quad (8)$$

После сокращения косинусов получается уравнение (9): количество колебательного движения остаётся постоянным при любых углах падения звуковой волны и равняется количеству движения при нормальном падении.

$$(\rho_1 \lambda_1) \cdot v = (\rho_1 \lambda_1) \cdot (v\beta) + (\rho_2 \lambda_2) \cdot (v\alpha). \quad (9)$$

Совместное решение уравнений (7) и (8) позволяет получить коэффициенты прохождения и отражения колебаний по скорости:

$$\alpha = \frac{2\rho_1 \lambda_1 / \cos \theta_1}{\rho_1 \lambda_1 / \cos \theta_1 + \rho_2 \lambda_2 / \cos \theta_2} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\rho_1 \lambda_1 / \cos \theta_1 - \rho_2 \lambda_2 / \cos \theta_2}{\rho_1 \lambda_1 / \cos \theta_1 + \rho_2 \lambda_2 / \cos \theta_2} \quad (11)$$

После преобразования членов  $\rho\lambda$  в  $\rho c$  формулы (10) и (11) примут привычный вид, соответствующий акустическим уравнениям (1) и (2), что подтверждает выдвинутую выше гипотезу.

## 2. Прохождение звуковых волн через пластину

Рассмотренные выше основания позволяют перейти к решению одной из главных задач строительной акустики – расчёту звукоизоляции однослойного ограждения в виде пластины. В пластине имеется две границы сред на пути прохождения звуковой энергии: «воздух» – «материал пластины» и «материал пластины» – «воздух». Воздух является инерционно-упругой средой, в которой происходит процесс распространения механических колебаний – акустических волн. Но, при соблюдении некоторых условий [17] в акустических задачах она может рассматриваться как состоящая из отдельных дискретных объектов.

Согласно работам [18, 19] такие объекты могут быть выделены через использование волнового числа  $k = 2\pi/\lambda$ . Фрагменты твёрдых тел, жидких и газообразных сред распространения звука, ограниченные поперечным сечением луча  $S$  и волновым числом  $k$  на рассматриваемой частоте, в акустических задачах принимаются материальными точками с центром координат, массой и скоростью, соответствующими материальным телам. В работах [17, 18] для таких объектов вводится термин «приведённой массы»,  $\mu$ , кг:

$$\mu = \frac{\rho S}{k} = \frac{\rho S \lambda}{2\pi} = \frac{\rho c S}{2\pi f} = \frac{\rho c S}{\omega} = \frac{\rho c T S}{2\pi}, \text{ кг} \quad (12)$$

где  $\lambda$  – длина гармонической волны, м;  $\rho$  – плотность материала пластины, кг/м<sup>3</sup>;  $S$  – единичная площадь поперечного сечения волнового луча, м<sup>2</sup>;  $c$  – скорость распространения волны, м/с;  $f$  – частота колебаний, 1/с;  $T$  – период колебаний, с;  $\omega$  – круговая частота колебаний, рад/с;  $\rho c$  – волновое сопротивление.

Термин «приведённая масса» волнового объекта означает эквивалентность его действия (кинетической энергии, количества движения) действию дискретного тела.

В твёрдых телах возникает волновое движение при превышении их размера,  $L$ , вдоль которого распространяется волна, величины волнового числа  $k$ : волновое движение в твёрдых телах наблюдается выше предельной частоты,  $f_{ult.}$ :

$$f_{ult.} \geq \frac{c}{2\pi L}, \text{ с}^{-1} \quad (13)$$

В случае несоблюдения условия (13) для твёрдого несжимаемого тела, в рассматриваемом случае – пластины, по которому распространяется звук, его фрагмент (обычно ограниченный сечением падающего луча  $S$ ) рассматривается в качестве сосредоточенной массы  $m$ :

$$m = \rho SL, \text{ кг} \quad (14)$$

где  $L$  – размер, вдоль которого распространяется волна, в случае пластины, её толщина, м.

Тогда процесс распространения звуковых колебаний в средах и твёрдых телах можно представить как упругие соударения приведённых или сосредоточенных масс. В результате соударения дискретных объектов от одного к другому передаётся эффективное значение колебательной скорости  $v$ . В контексте аналогии с взаимодействием шарообразных тел Бернулли количество движения и кинетическая энергия приведённой массы будет составлять  $\mu v$  и  $-\mu v^2/2$ , а для сосредоточенной –  $mv$  и  $-mv^2/2$ , соответственно.

В строительных однослойных ограждениях, толщины которых, как правило, меньше размера  $L$  по формуле (13), на низких частотах волнового движения не наблюдается. В акустических задачах в нормируемом в строительстве диапазоне до частоты волнового совпадения данные конструкции будут представлены сосредоточенной массой  $m$ , кг. Фрагменты воздушной среды с двух сторон ограждения можно обозначить через  $\mu$  как среды распространения продольных колебаний. Уравнения сохранения кинетической энергии и сохранения количества движения при наклонном падении звука на пластину будут выглядеть как (15) и (16), рисунок 3 (в) [19]:

$$\frac{(\mu \cdot \cos \theta) \cdot v^2}{2} = \frac{(\mu \cdot \cos \theta) \cdot (v\beta)^2}{2} + \frac{(\mu \cdot \cos \theta + m) \cdot (v\alpha)^2}{2}; \quad (15)$$

$$\frac{(\mu \cdot \cos \theta) \cdot v}{\cos \theta} = \frac{(\mu \cdot \cos \theta) \cdot (v\beta)}{\cos \theta} + \frac{(\mu \cdot \cos \theta + m) \cdot (v\alpha)}{\cos \theta}; \quad (16)$$

где  $v$  – единичная скорость движения фрагмента среды;  $\beta$  – коэффициент отражения колебательной скорости;  $\alpha$  – коэффициент прохождения колебательной скорости;  $m$  – сосредоточенная масса звукоизолирующей пластины;  $\theta$  – угол падения звуковых лучей на пластину.

Как и в случае падения звуковой волны на границу двух сред, уравнения (7) и (8), должно обеспечиваться единство следа, падающего и отражённого лучей с одной стороны пластины и прошедшего луча с другой, рисунок 3(в). Для этого косинусы в числителях уравнений задают ширины лучей падающей, отражённой и прошедшей волн. В векторном уравнении (16) косинусы в числителях сокращаются с косинусами в знаменателях, которые обозначают направления векторов колебаний падающей, отражённой и прошедшей волн. В полученном уравнении (17) сосредоточенная масса делится на косинус угла падения  $\theta$ , «увеличивая» ширину участка пластины до размера следа лучей, который независимо от угла падения всегда равен ширине луча при нормальном падении, рисунок 2. Из этого следует, что условия неразрывности при передаче звуковой энергии через пластину выполняются, рисунок 3(в). Уравнение (17) соответствует схеме нормального падения звукового луча на изолирующую преграду, схема (а) на рисунке 3. Если бы изменений ширин лучей по сравнению со случаем нормального падения не было, условие неразрывности для наклонного падения лучей было бы нарушено, геометрическая интерпретация этого показана на рисунке 3 (б).



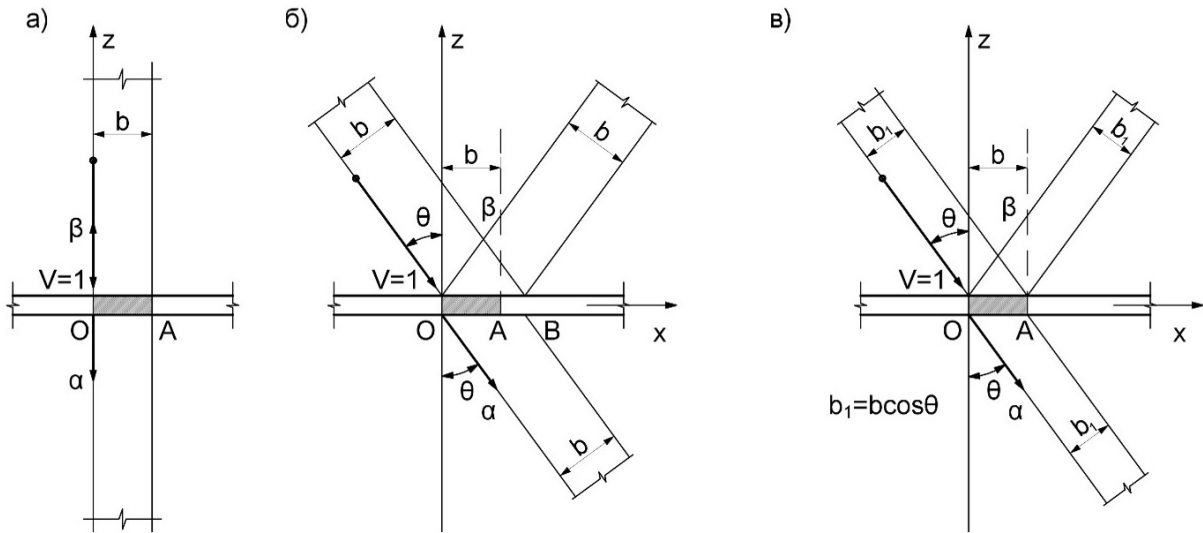


Рис. 3. Падение звукового луча на пластину: а – случай нормального падения; б – случай наклонного падения луча с разрывом массивного слоя на величину АВ, и, в результате, – несоблюдением условия неразрывности; в – случай наклонного падения с соблюдением условия неразрывности: следы падающего и преломлённого лучей совпадают с контактным участком пластины

После решения системы уравнений (15), (16), находится коэффициент прохождения звуковой волны по колебательной скорости:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{m}{2\mu_a \cdot \cos \theta}}; \tag{17}$$

Максимальное значение коэффициента  $\alpha$  в дальнейших формулах будет обуславливать минимальное значение звукоизоляции. Это характерно при значении  $\theta$  близким к 0, поэтому в практических расчётах звукоизоляции наклонное падение звука может не рассматриваться. Большую важность будет иметь минимальное значение изоляции и, следовательно, только случай нормального падения целесообразно принимать во внимание при вычислениях.

Принимая во внимание физическое определение звукоизоляции и его математическую интерпретацию, используя коэффициент прохождения звуковой волны по скорости, запишем формулу для нахождения значений изоляции воздушного шума в диапазоне до частоты волнового совпадения:

$$R_1 = 10 \lg \frac{1}{\alpha^2} = 10 \lg \left( 1 + \frac{m}{2\mu_a \cdot \cos \theta} \right)^2 = 10 \lg \left( 1 + \frac{\pi m}{\rho_0 \lambda_0 \cos \theta} \right)^2 = 10 \lg \left( 1 + \frac{\pi m f}{\rho_0 c_0 \cdot \cos \theta} \right)^2; \tag{18}$$

где  $\rho_0$  – удельный вес воздуха, кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_0$  и  $c_0$  – длина и скорость продольной воздушной волны, м;  $m$  – сосредоточенная масса пластины (поверхностная плотность,  $S$  звукового луча равняется 1 м<sup>2</sup>), кг/м<sup>2</sup>,  $\mu_a$  – приведённая масса воздуха, кг/м<sup>2</sup> ( $S$  звукового луча равняется 1 м<sup>2</sup>);  $f$  – текущая частота, 1/с.

Пластина в частотном диапазоне до частоты волнового совпадения представляет собой твёрдое, практически несжимаемое по толщине тело, поэтому волновое движение в ней отсутствует, поэтому в этой формуле она представлена сосредоточенной массой  $m$ , кг/м<sup>2</sup>, а воздушная среда с двух её сторон – приведённой массой воздуха  $\mu_a$ , кг/м<sup>2</sup>,

что выражено числом «2» в знаменателе формулы (19). Физическая модель изоляции в данном случае будет представлять собой одновременный упругий удар приведённой массы среды  $\mu_a$  (воздуха) перед пластиной по сосредоточенной массе пластины  $m$  и приведённой массе воздушной среды  $\mu_a$  за ней. После частоты волнового совпадения [20], физическая модель будет описываться как одновременный упругий удар приведённой массы воздушной среды  $\mu_a$  перед пластиной по приведённой массе пластины  $\mu_{pl}$  и приведённой массе воздушной среды  $\mu_a$  за ней. После подстановки в систему уравнений (15) и (16)  $\mu_{pl}$  вместо  $m$ , и их совместного решения, можно записать математическое выражение для изоляции воздушного шума в частотном диапазоне после волнового совпадения (19):

$$\begin{aligned} R_2 &= 10\lg \frac{1}{\alpha^2} = 10\lg \left( 1 + \frac{\mu_{pl.}}{2\mu_a \cdot \cos \theta} \right)^2 \\ &= 10\lg \left( 1 + \frac{m}{2\rho_0 \lambda_0 \cdot \cos \theta} \right)^2 = 10\lg \left( 1 + \frac{mf}{2\rho_0 c_0 \cdot \cos \theta} \right)^2; \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\mu_{pl}$  – приведённая масса пластины, кг/м<sup>2</sup>, по формуле (12).

В отличие от общепринятой записи закона массы, когда косинус угла падения стоит в числителе, в полученных формулах, косинус, стоящий в знаменателе, освобождает от необходимости не учитывать углы падения от 70 до 90 градусов и, следовательно, получить более реалистичную картину распространения волн через пластины.

В результате, в рамках рассматриваемого метода предлагается использовать следующие формулы до и после частоты волнового совпадения,  $f_L$ , в стандартном для строительства частотном диапазоне:

$$R_{tot.1} = R_1 - \Delta R_{res.}; f < f_L; \quad (20)$$

$$R_{tot.2} = R_2 - \Delta R_{res.}; f > f_L; \quad (21)$$

где  $\Delta R_{res.}$  - поправка к звукоизоляции на резонансных частотах, дБ;  $R_1$  и  $R_2$  – звукоизоляция, рассчитанная по формулам (19) и (20), дБ.

Итоговое значение изоляции воздушного шума снижается за счёт поправок на резонансные явления  $\Delta R_{res.}$ , обусловленной наложением амплитуд образующимися волнами изгиба и отражёнными изгибными волнами от торцов закрепления пластины. Ориентировочно поправки могут приниматься равными 6 дБ, подробный их расчёт представлен в работах [20, 21].

Следует отметить, что для массивных перегородок (с поверхностной плотностью более 100 кг/м<sup>2</sup>) характерно прекращение роста изоляции на высоких частотах стандартного спектра. В методике [1] звукоизоляция на высоких частотах обозначается прямым отрезком с ординатой в 65 дБ. Вычисление изоляции воздушного шума на участке высоких частот стандартного акустического спектра выходит за рамки данной статьи. В работах [22, 23] приводится теоретическое объяснение расчётной модели для прохождения и изоляции преобладающих на участке высоких частот продольных и сдвиговых волн в пластине, также основанное на свойстве дискретности сред распространения звуковых колебаний. На рисунке 4 представлен пример вычисления изоляции воздушного шума для лёгкого ограждения по представленному выше методу [24].

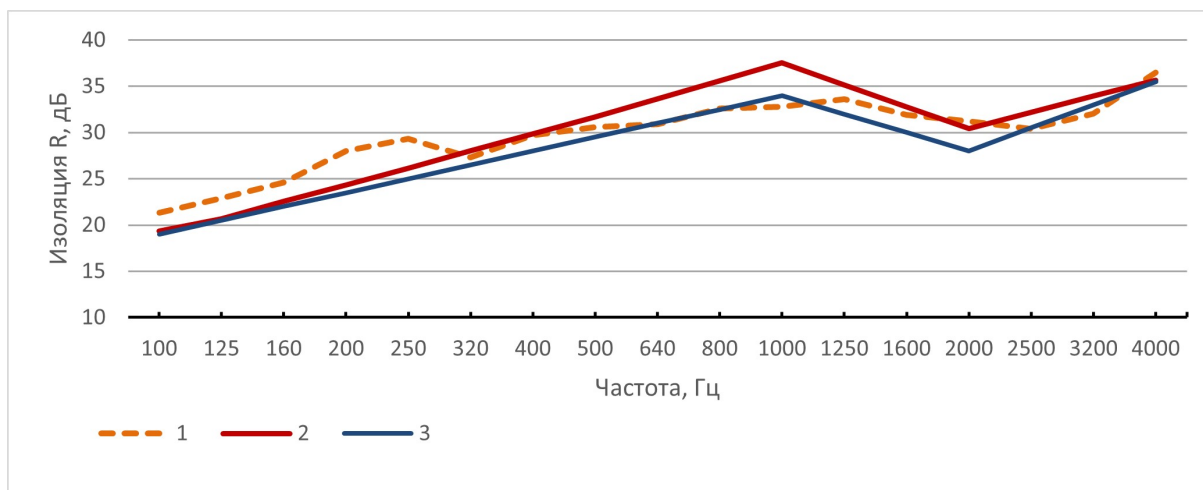


Рис. 4. Кривые изоляции для асбестоцементного листа, толщиной 10 мм: 1 – результаты натуральных измерений; 2 – кривая, построенная по рассматриваемому методу; 3 – кривая по методу [1].

Из рисунка 4 видно, что график изоляции, полученный по представленному методу, на средних и высоких частотах достаточно близок к графику, построенному по экспериментальным результатам и по методике [1]. На низких частотах увеличение изоляции по кривой экспериментальных данных над значениями изоляции по двум другим графикам может быть объяснено влиянием волновых явлений в пластине: возникновением антирезонансов, возникающих при взаимном гашении амплитуд отражённых от торцов закрепления и бегущих волн в рассматриваемой пластине. Подобный эффект будет зависеть от габаритов рассматриваемой пластины и условий её закрепления. В практических задачах, при решении которых данные параметры меняются, с инженерной точки зрения целесообразнее рассматривать минимальные значения изоляции воздушного шума, а увеличение её значений по сравнению с минимальной принимается «в запас».

Следует отметить, что рассмотренный в статье метод построения частотной кривой изоляции воздушного шума представлен в обобщённом виде и, пока, не учитывает ряда конструктивных и эксплуатационных нюансов однослойных пластин, активно изучаемых в настоящее время, таких как, например, пористую или волокнистую структуру материала [25], особенности его физико-механических свойств [26], а также влияние на уровни звукового давления волновых процессов, протекающих в ближнем шумовом поле конструкции [27].

## Заключение

Материал статьи позволяют сделать следующие выводы:

1. Рассмотрена аналогия между применением законов сохранения количества движения и кинетической энергии в классической механике и их применением в акустике, в упруго-инерционных средах;
2. В соответствии с выдвинутой гипотезой найдены коэффициенты прохождения и отражения для звуковых волн по скорости при падении звука на границу раздела сред, совпадающие с подобными коэффициентами в классической волновой акустике;
3. Приведено решение задачи прохождения звука через пластину и нахождения её изоляции. Записаны уравнения закона сохранения количества движения и сохранения кинетической энергии применительно к однослойным однородным ограждениям;
4. Представлены формулы для вычисления изоляции воздушного шума в

стандартом строительном диапазоне до частоты волнового совпадения и в диапазоне начиная с частоты волнового совпадения до участка высоких частот (до частоты с ординатой в 65 дБ).

Важной особенностью уравнений, описывающих законы сохранения механики, упрощающей вычислительную работу, является то, что они не описывают процесс передачи движения, а только состояние объекта до и после этого процесса.

Представленный в статье подход к решению задач акустики на основе использования законов сохранения механики продолжает развиваться и совершенствоваться: на его основе в дальнейшем можно будет рассмотреть вопросы вычисления изоляции воздушного шума для многослойных стен и ударного шума для междуэтажных перекрытий.

### Список литературы

1. СП 275.1325800.2016. Конструкции ограждающие жилых и общественных зданий. Правила проектирования звукоизоляции/ – М.: Минстрой России, 2016. – 65 с.
2. Cremer, L. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik. Band III. Wellentheorie Raumakustik. / Cremer, L. – Leipzig: Published by S. Hirzel. - 1950. – 355 p.
3. Заборов, В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. / Заборов, В.И. - М.: Изд. лит. по строит, 1969. - 186 с.
4. Клюкин, И.И. Борьба с шумом и звуковой вибрацией на судах. / Клюкин, И.И. - Л.: Судостроение, 1971. - 416 с.
5. Седов, М.С. Звукоизоляция. / Седов, М.С. // Справочник «Техническая акустика транспортных машин»: Под ред. д-ра техн. наук профессора Н. И. Иванова. – СПб.: Политехника, 1992. – Глава 4. – С.68–106.
6. Ерофеев В.И. Резервы повышения звукоизоляции однослойных и многослойных ограждающих конструкций зданий/Ерофеев В.И., Монич Д.В.// Вестник ТГАСУ. 2020. №5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rezervy-povysheniya-zvukoizolyatsii-odnosloynnyh-i-mnogosloynnyh-ograzhdayuschih-konstruktsiy-zdaniy> (дата обращения: 03.04.2024).
7. Crocker, M.J., Price, A.J. Sound transmission using statistical energy analysis. // Journal of Sound and Vibration. – 1969. – Vol. 9. – № 3. – P. 469-486.
8. Ovsyannikov, S.N. Calculation Model of Sound and Vibration Propagation in a Building Fragment Based on the Method of Statistical Energy Analysis / Ovsyannikov, S.N., Leliuga, O.V., Gradov, V.A. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. - 2020. - №753(4). – P. 042006. URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/753/4/042006](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/753/4/042006) (Дата обращения: 03.04.24)
9. Овсянников, С.Н. Статистическая энергетическая модель прохождения внешнего шума в помещения здания / Овсянников, С.Н., Большанина, Т.С.// Жилищное строительство. 2021. № 11. С. 34–39. DOI: <https://doi.org/10.31659/0044-4472-2021-11-34-39>
10. Бернулли, И. Избранные сочинения по механике: перевод с нем./ Бернулли И. – М.; Л.: Объединенное научно-техническое издательство, 1937. – 297 с.
11. Френель, Огюстен Жан. Избранные труды по оптике/ Френель, О.Ж. – Москва: Гостехиздат, 1955. – 604 с.
12. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Том 1. Кинематика, статика, динамика точки / Кильчевский Н.А. – М.: Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1977. – 480 с.

13. Данилюк, А. М. Расчет естественного освещения помещений./Данилюк А.М. – Ленинград; Москва: Госстройиздат, 1941. – 140 с.
14. СП. 52.13330.2016. Естественное и искусственное освещение / Стандартиформ, 2017. – 89 с.
15. Яковлев В. И. О некоторых работах братьев Я. и И. Бернулли/ Яковлев В.И. // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. №2 (53). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-rabotah-bratiev-ya-i-i-bernulli> (дата обращения: 31.03.2024).
16. Захаров, А.В. О правильных коэффициентах отражения и преломления волн при косом распространении звука через границу сред. / Захаров, А.В. // Инновации и инвестиции. - 2021. - №6. - С. 103-105.
17. Захаров, А.В. Дискретные модели прохождения волн при расчетах звукоизоляции в зданиях. / Захаров, А.В. // Промышленное и гражданское строительство. - 2012. - № 11. - С. 50-54.
18. Захаров, А.В. Свойство дискретности сплошных инерционно-упругих сред. / А.В. Захаров // Инновации и инвестиции. – 2021. – №4. – С. 274–277.
19. Салтыков, И.П. Теоретическое и практическое исследование звукоизоляции лёгких ограждающих конструкций с использованием метода «сосредоточенных параметров» / И.П. Салтыков // Региональная архитектура и строительство. – 2023. – № 2(55). – С. 167-171.
20. Zakharov, A.V. The Influence of Wave Resonance Phenomena on the Sound Insulation of a Single-layer Building Partition in the Application of Calculation Models with the Concentrated Parameters. / Zakharov, A.V., Saltykov, I.P. // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2021. - Vol. 1079. – P. 032068. – URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1079/3/032068](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1079/3/032068) (Дата обращения: 31.03.24).
21. Салтыков, И.П. Расчет звукоизоляции тонких перегородок на основе модели с сосредоточенными параметрами. / Салтыков, И.П. // Вестник МГСУ. - 2020. - Т.15. - №3. - С. 353-367.
22. Zakharov A.V. The third frequency range of the sound insulation plot of the single layer partitions. / Zakharov A.V., Saltykov I.P.// IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. №753. P. 032064. DOI:10.1088/1757-899X/753/3/032064
23. Захаров, А.В. Влияние сдвиговых и продольных волн на звукоизоляцию в третьем диапазоне стандартного частотного спектра/ Захаров, А.В., Салтыков, И.П. //Инженерный вестник Дона. 2022. №4. <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7517> (Дата обращения: 03.04.24)
24. Zakharov, A. Mechanic's Conservation Laws for a Single Layer Plate's Sound Insulation Calculation. / A. Zakharov, I. Saltykov // In: Zokirjon Ugli, K.S., Muratov, A., Ignateva, S. (eds) Fundamental and Applied Scientific Research in the Development of Agriculture in the Far East (AFE-2022). AFE 2023. Lecture Notes in Networks and Systems. Springer, Cham. – 2023. – Vol. 706. – URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-36960-5\\_23](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-36960-5_23) (дата обращения: 31.03.2024)
25. Герасимов, А.И. Потери акустической энергии при прохождении звуковой волны через пористо-волоконистый материал / Герасимов, А.И., Васильев, М.Д., Светлоруссова, А.М. // Noise Theory and Practice. - 2019. - N 5(4). - С. 46-52.
26. Пильненко, А.К. Исследование волн упругих деформаций в пищевом продукте / Пильненко, А.К., Заплетников, И.Н.// Noise Theory and Practice. - 2019. - N 5(3). - С. 52-58.

27. Кирпичников, В.Ю. Об уровнях псевдозвуковых давлений вблизи озвучиваемой пластины / Кирпичников, В.Ю., Дроздова, Л.Ф., Шашурин, А.Е., Яковлева, Е.В. // *Noise Theory and Practice*. - 2017. N 3(4). - С. 29-36.

### References

1. SP 275.1325800.2016. Construction fencing of residential and public buildings. Rules of sound insulation design/ – Moscow: Ministry of Construction of Russia, 2016. – 65 p.
2. Cremer, L. Die wissen schaftlichen Grundlagen der Raumakustik. Band III. Wellentheorie Raumakustik. / Cremer, L. – Leipzig: Published by S. Hirzel. - 1950. – 355 p.
3. Zaborov, V.I. The Theory of Sound Insulation of Enclosing Structures. / Zaborov, V.I. - Moskva: Construction Literature Publishing. - 1969. - 186 p.
4. Kl'ukin, I.I. The Noise and Sound Vibration Abatement on the Ships. / Kl'ukin, I.N. - Leningrad: Sudostroyeniye Publishing. - 1971. - 416 p.
5. Sedov, M.S. Sound insulation.. / Sedov, M.S. // Handbook "Technical acoustics of transport vehicles": Edited by Dr. of Technical Sciences, Professor N. I. Ivanov. - St. Petersburg: Polytechnic. - 1992. - Chapter 4. - P. 68-106.
6. Erofeev V.I. Reserves for increasing the sound insulation of single-layer and multi-layer enclosing structures of buildings/Yerofeev V.I., Monich D.V.// *Bulletin of TSASU*. 2020. №5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rezervy-povysheniya-zvukoizolyatsii-odnosloynnyh-i-mnogosloynnyh-ograzhdayuschih-konstruktsiy-zdaniy> (дата обращения: 03.04.2024).
7. Crocker, M.J., Price, A.J. Sound transmission using statistical energy analysis. // *Journal of Sound and Vibration*. – 1969. – Vol. 9. – № 3. – P. 469-486.
8. Ovsyannikov, S.N. Calculation Model of Sound and Vibration Propagation in a Building Fragment Based on the Method of Statistical Energy Analysis / Ovsyannikov, S.N., Leliuga, O.V., Gradov, V.A. // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. - 2020. - №753(4). – P. 042006. URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/753/4/042006](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/753/4/042006) (Дата обращения: 03.04.24)
9. Ovsyannikov, S.N. Statistical energy model of the passage of external noise into the premises of the building./ Ovsyannikov, S.N., Bolshanina, T.S. // *Zhilishchnoe Stroitel'stvo*. 2021. No. 11, pp. 34–39. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.31659/0044-4472-2021-11-34-39>
10. Bernoulli, I. Selected works on mechanics: translated from German/ Bernoulli I. – M.; L.: United Scientific and Technical Publishing House, 1937. - 297 p.
11. Fresnel, Augustin Jean. Selected works on optics/ Fresnel, O.J. – Moscow: Gostekhizdat, 1955. – 604 p.
12. Kilchevsky N.A. Course of theoretical mechanics. Volume 1. Kinematics, statics, dynamics of a point / Kilchevsky N.A. – M.: Nauka Publishing House. The main edition of the physical and mathematical literature, 1977. – 480 p.
13. Danilyuk, A.M. Calculation of natural lighting of premises/ Danilyuk, A.M.– Leningrad; Moscow: Gosstroyizdat, 1941. – 140 p.
14. SP 52.13330.2016. Daylighting and artificial lighting / Standartinform, 2017. – 89p.
15. Yakovlev V. I. About some works of the brothers J. and I. Bernoulli/ Yakovlev V.I. // *Bulletin of the Perm University. Series: Mathematics. Mechanics. Computer science*. 2021. №2 (53). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-nekotoryh-rabotah-bratiev-ya-i-i-bernoulli> (date of the application: 31.03.2024).

16. Zakharov, A.V. On the correct coefficients of reflection and refraction of waves during oblique propagation of sound through the boundary of media. / Zakharov, A.V. // *Innovacii i investicii*. - 2021. - №6. - P. 103-105.
17. Zakharov, A.V. Discrete models of passage of waves for calculation of sound insulation in buildings. / Zakharov, A.V. // *Promyshlennoye I grazhdanskoye stroitel'stvo*. - 2012. - №11. - P. 50-54.
18. Zakharov, A.V. The discreteness property of continuous inertial elastic media. / A.V. Zakharov // *Innovations and investments*. - 2021. - No.4. - pp. 274-277.
19. Saltykov, I.P. Theoretical and practical study of sound insulation of light enclosing structures using the method of "concentrated parameters" / I.P. Saltykov // *Regional architecture and construction*. - 2023. - № 2(55). - Pp. 167-171.13. Saltykov, I.P. Sound insulation design of the thin partitions on the base of concentrated parameters model. / Saltykov, I.P. // *Vestnik MGSU*. - 2020. - Vol.15. - №3. - P. 353-367.
20. Zakharov, A.V. The Influence of Wave Resonance Phenomena on the Sound Insulation of a Single-layer Building Partition in the Application of Calculation Models with the Concentrated Parameters. / Zakharov, A.V., Saltykov, I.P. // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. - 2021. - Vol. 1079. - P. 032068. - URL: [iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1079/3/032068](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1079/3/032068) (date of the application: 31.03.24).
21. Saltykov, I.P. Sound insulation design of the thin partitions on the base of concentrated parameters model. / Saltykov, I.P. // *Vestnik MGSU*. - 2020. - Vol.15. - №3. - P. 353-367.
22. Zakharov, A.V. The third frequency range of the sound insulation plot of the single layer partitions. / Zakharov A.V., Saltykov I.P.// *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, no 753, p. 032064. DOI:10.1088/1757-899X/753/3/032064
23. Zakharov, A.V. An influence of shear and longitudinal waves on sound insulation in the third range of the standard frequency spectrum/ Zakharov, A.V., Saltykov, I.P. // *Inzhenernyy vestnik Dona*. 2022, no 4. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7517> (date of the application: 03.04.2024).
24. Zakharov, A. Mechanic's Conservation Laws for a Single Layer Plate's Sound Insulation Calculation. / A. Zakharov, I. Saltykov // In: Zokirjon Ugli, K.S., Muratov, A., Ignateva, S. (eds) *Fundamental and Applied Scientific Research in the Development of Agriculture in the Far East (AFE-2022)*. AFE 2023. *Lecture Notes in Networks and Systems*. Springer, Cham. - 2023. - Vol. 706. - URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-36960-5\\_23](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-36960-5_23) (date of the application: 31.03.2024)
25. Gerasimov, A.I. Losses of Acoustic Energy During the Passage of a Sound Wave Through a Porous Fibrous Material/ Gerasimov A.I., Vasilyev M.D., Svetlorussova A.M. // *Noise Theory and Practice*. - 2019. - N 5(4). - P. 46-52.
26. Pilnenko, A.K. Study the waves elastic deformations in food product / Pilnenko, A.K., Zapletnikov I.N.// *Noise Theory and Practice*. - 2019. - N 5(3). - P. 52-58.
27. Kirpichnikov, V. Psevdozvukovyh pressure levels near resonant plate/ Kirpichnikov V., Drozdova L., Shashurin A., Yakovleva E. // *Noise Theory and Practice*. - 2017. N 3(4). - P. 29-36.